

סטטיסטיקה מושגי יסוד

פרק 26 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות גיאומטרית

תוכן העניינים

1. כללי 1

התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות גיאומטרית:

רקע:

חוזרים באופן בלתי תלוי על אותו ניסוי ברנולי.
 X – מוגדר להיות מספר הניסויים שבוצעו עד ההצלחה הראשונה, כולל.
 נסמן ב- p את הסיכוי להצלחה בניסויי בודד וב- q את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.
 $X \sim G(p)$.

פונקציית ההסתברות: $P(X = k) = pq^{k-1}$, $k = 1, 2, \dots, \infty$.

תוחלת: $E(X) = \frac{1}{p}$.

שונות: $V(X) = \frac{q}{p^2}$.

תכונות חשובות:

אם X מתפלג על פי התפלגות גיאומטרית, אזי X הוא בעל תכונת חוסר זיכרון,
 דהיינו, $P(X > k) = q^k \cdot P(X = (n+k) / X > k) = P(X = n)$.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בכד 10 כדורים ש-3 מהם ירוקים. אדם מוציא באקראי כדור אחר כדור עד שבידו כדור ירוק. ההוצאה היא עם החזרת הכדור לכד בכל פעם מחדש.

- מהי ההתפלגות של מספר הכדורים שהוצאו?
- מה ההסתברות שהוצאו בדיוק 5 כדורים?
- מה ההסתברות שהוצאו יותר מ-5 כדורים?
- אם הוצאו יותר מ-3 כדורים. מה הסיכוי שהוצאו בדיוק 5 כדורים?
- מה התוחלת וסטיית התקן של מספר הכדורים שהוצאו?

שאלות:

- (1) קו ייצור המוני מייצר מוצרים כך ש-5% מהם פגומים. איש בקרת איכות דוגם באופן מקרי מוצרים מקו הייצור עד אשר בידו מוצר פגום. חשבו את ההסתברויות הבאות:
- שידגום 3 מוצרים.
 - שידגום 4 מוצרים.
 - שידגום 5 מוצרים.
 - שידגום יותר מ-7 מוצרים.
 - שידגום לא פחות מ-8 מוצרים.
- (2) 30% מהמכונות בארץ הן בצבע לבן. בכל יום נכנסות לחניון כשלהו 10 מכונות אקראיות.
- מה ההסתברות שביום מסוים בדיוק מחצית מהמכונות בחניון יהיו לבנות?
 - מה תוחלת מספר הימים שיעברו מהיום עד שלראשונה מחצית מהמכונות בחניון יהיו לבנות?
- (3) אדם משחק במשחק מזל עד אשר הוא מפסיד. הצפי הוא שישחק את המשחק 10 פעמים. מה הסיכוי להפסיד במשחק בודד?
- מה ההסתברות שישחק את המשחק בדיוק 6 פעמים?
 - מה ההסתברות שישחק את המשחק לכל היותר 12 פעמים?
 - ידוע שהאדם שיחק את המשחק יותר מ-6 פעמים, מה ההסתברות שישחק את המשחק בדיוק 10 פעמים?
 - מהי סטיית התקן של מספר הפעמים שישחק את המשחק?

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.04512 ב. 0.0428 ג. 0.0407 ד. 0.6983 ה. 0.6983
- (2) א. 0.1029 ב. 9.72
- (3) א. 0.06 ב. 0.7176 ג. 0.0729 ד. 9.487